

## 第6回 I (積分) 動作とオフセット除去

ワイド制御技術研究所 所長 広井 和男  
ひろい かずお

P (比例) 制御系の場合には、原理的にオフセットが発生し、制御量を目標値にピッタリ一致させることができないことを前2回で説明しました。P制御では(1)式に示すように、ある負荷で偏差がゼロになるように、バイアス $b$ を調整しておき、この平衡状態から偏差 $e$ が発生したとき、偏差 $e$ に比例した修正出力を出すことになっています。

$$MV = K_P \times e + b \quad \dots(1)$$

MV: 操作信号  $K_P$ : 比例ゲイン  
 $e$ : 偏差  $b$ : バイアス

P制御では、制御性評価指標を「現在の偏差 $e$ の大きさ」としており、この現在の偏差 $e$ を抑制するために偏差 $e$ に比例した修正出力を出していることとなります。

### 1. オフセットを除去するには?

P制御では、(1)式に示すように偏差をゼロにする役目をもっているバイアス $b$ は固定値になっています。ところで、オフセットを除去するためには、オフセットがゼロになるまでバイアス $b$ を修正し続ける必要があります。この修正操作を自動的に実行するには、どのようにすればよいかを考えてみましょう。

図1に示すように、一定時間間隔 $t$ で、偏差 $e$ に比例してバイアス $b$ を修正し続ければよいこととなります。この修正は、P制御で

は一定であったバイアス $b$ が、(2)式に示すように偏差面積(偏差 $e$ の積分または累積値)に比例して増減することを意味しています。

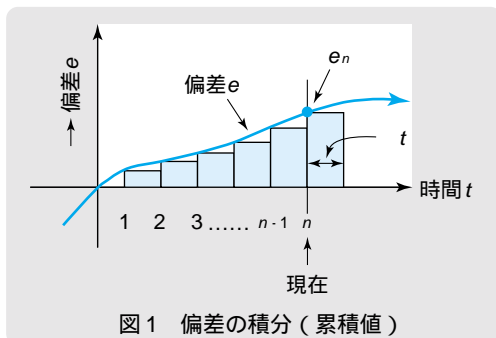
$$\begin{aligned} b &= K_I \times e_1 \times t + K_I \times e_2 \times t + \dots + K_I \times e_n \times t + b_0 \\ &= K_I (e_1 + e_2 + \dots + e_n) \times t + b_0 \\ &= K_I \sum_{i=1}^n e_i \times t + b_0 \\ &= K_I \int_0^t e dt + b_0 \quad \dots(2) \end{aligned}$$

$K_I$ : 積分ゲイン  
 $b_0$ : バイアスの初期値

(2)式を(1)式に代入すると(3)式を得ます。

$$MV = K_P \times e + K_I \int e dt + b_0 \quad \dots(3)$$

この積分を含む調節計を使えば、偏差 $e$ がゼロにならない限り、偏差 $e$ を積分して制御出力が変化し続けて、制御量を目標値に近づけていきます。このようにしてI(積分)制御によってオフセットを除去することができます。なお、I制御単独では定常状態はよくなっても、そこに至るまでの時間的経過特性、つまり動特性をうまくいくようにすることは難しいので、実際には必ず(3)式で示すよう

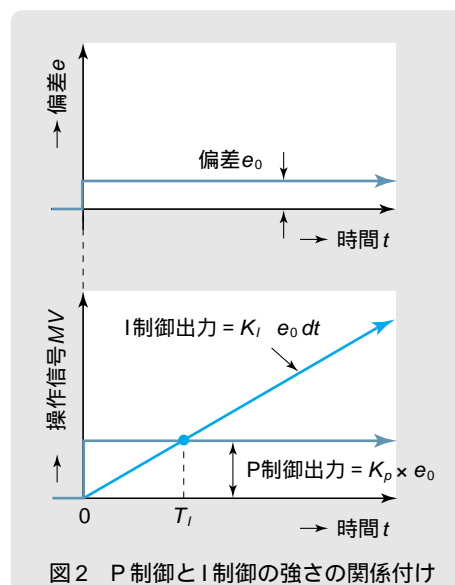


に、P制御と組み合わせたPK(比例積分)制御が用いられます。P制御では、制御性評価指標を「偏差の現在値」として、これを抑制するために偏差の現在値 $e$ に比例した修正出力を出しています。これに対して、I制御では、制御性評価指標を偏差の累積値(積分値)として、偏差面積に比例した修正出力を出しているとみることができます。

### 2. P制御の強さとI制御の強さの関係付け

(3)式の比例ゲイン $K_P$ と積分ゲイン $K_I$ の強さを関係付けるものとして、図2に示すように、ステップ状偏差が入ったときI制御出力がP制御出力と同じ値になるまでの時間を積分時間 $T_I$ (Integral time)と定義しています。

$$P\text{制御出力} = K_P \times e_0 \quad \dots(4)$$



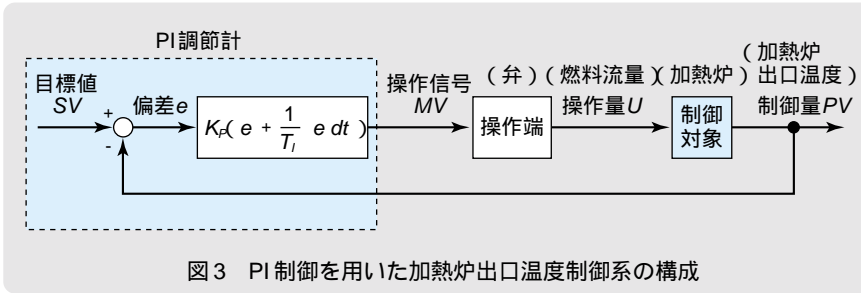


図3 PI制御を用いた加熱炉出口温度制御系の構成

時間  $t$  が0から  $T_i$  に至るまでの  
I制御出力

$$= K_I \int_0^{T_i} e_0 dt = K_I \times e_0 \times T_i \quad \dots (5)$$

(4)式=(5)式として、 $K_I$ を求めると(6)式になります。

$$K_I = K_P / T_i \quad \dots (6)$$

(6)式を(3)式に代入すると、(7)式を得ます。(7)式が、いわゆる「PI制御式」です。

$$MV = K_P \left( e + \frac{1}{T_i} \int e dt \right) + b_0 \quad \dots (7)$$

積分時間  $T_i$  は、ステップ偏差を与えたとき、P制御による操作信号変化に相当する操作信号変化をI制御のみで発生させるために必要な時間ということになります。したがって、積分時間  $T_i$  を小さくすればするほど積分制御の影響が強くなります。積分時間  $T_i$  の逆数をリセット率 (回/min) と呼び、これ

を使うこともあります。これはステップ偏差を与えたとき、I制御による操作信号変化量がP制御のみによる操作信号変化量に1分間中何回到達するかを表しています。

### 3. PI制御の応答特性

PI制御を用いた加熱炉出口温度制御系の構成を図3に示します。この制御系において、ステップ偏差  $e_0$  を与えたときの操作信号の変化を図4に示します。P制御出力は偏差  $e_0$  に比例した一定値になっているのに対して、I制御出力は偏差  $e_0$  を除去しようと偏差  $e_0$  を積分して制御出力を増加し続けることになります。このI制御の機能によって、オフセットを除去することができます。

図3に示すPI制御系において、目標値を変化させてステップ偏差を与えたときの制御応答特性を図5

に示します。図を見ると、制御なし ( $K_P$

著者紹介



広井 和男

ワイド制御技術研究所  
所長

(TEL : 0426-51-2802

E-mail:kazuo.hiroi@h8.dion.ne.jp)

= 0) の場合には大きな偏差が出ますが、P制御で比例ゲイン  $K_P$  を大きくしていくと偏差は小さくなっていきます。しかし、比例ゲイン  $K_P$  を大きくし過ぎると制御応答が振動的になるので、 $K_P$  の大きさには限界があり、P制御のみではオフセットが残ってしまいます。

そこで、I制御を付加してPI制御にすると、I制御機能によって偏差がある限り偏差をゼロにしようとして操作信号を増減し続けるため、定常状態では偏差はゼロになり、オフセットがなくなります。したがって、PI制御では制御量を目標値にピッタリ一致させることができます。

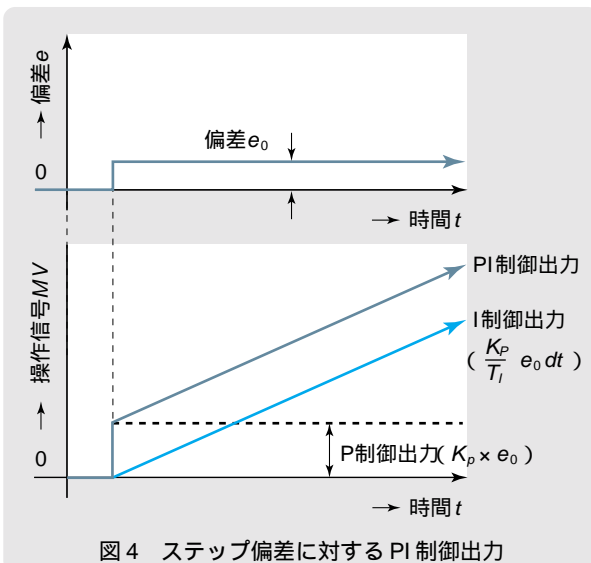


図4 ステップ偏差に対するPI制御出力

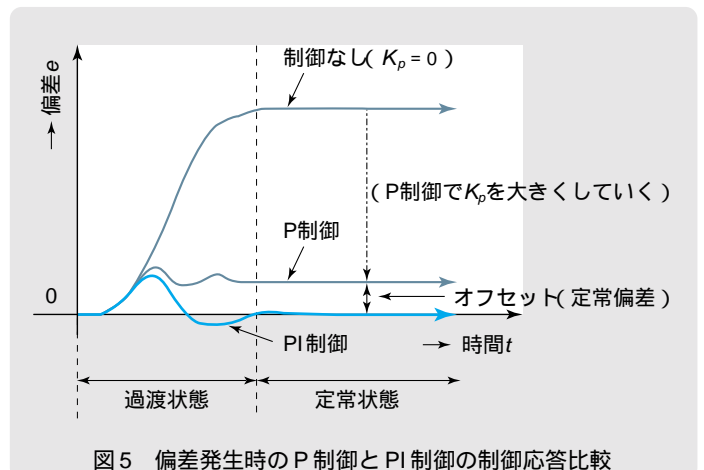


図5 偏差発生時のP制御とPI制御の制御応答比較