

## 第8回 PI制御に欠けているもの：D制御

ワイド制御技術研究所 所長 広井 和男  
ひろい かずお

ここで、P(比例)(積分)制御は制御という視点から見て完全なものか、それとも何か欠けているものがあるかを、人間が制御するときの考え方と対比しながら考察してみましょう。

人間が物事を判断するときには、「過去」はどのようにしていたか?、「現在」はどのようにしているか?、「将来」はどのようになりそうか?という、過去、現在および将来の3つの情報を利用し、問題の性質によってそれぞれに重みをつけて的確な結論を出すように努めています。P制御は「現在の偏差」の大きさに比例した修正出力を出し、I制御は「過去の偏差」の積分(累積値)の大きさに比例した修正出力を出していることとなります。人間の制御思考と比べてみると、PI制御には「将来の偏差」に関する情報を活用する成分が欠けています。

### 1. 偏差の将来動向への対応

偏差の将来値がどのようになりつつあるか、つまり偏差が増加しつつあるか、減少しつつあるかの傾向、またその変化の速さは、図1に示すように「偏差曲線の傾き」の向きと大きさによって表されます。したがって、偏差の将来動向は偏差  $e$  の変化速度  $y$  の大きさを取り出せばよいことになり、結局(1)式に示すように偏差  $e$  の微分となります。

偏差の変化速度(偏差曲線の傾き)

$$y = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{e}{t} = \frac{de}{dt} \quad \dots (1)$$

偏差  $e$  の将来動向を予測して、その変化を抑制するように制御するためには、現在の偏差の変化速度  $y$  に比例した修正出力を活用すればよいこととなります。つまり

(2)式に示すように、偏差  $e$  の微分値に比例した修正出力を使用すればよいこととなります。

$$MV_D = K_D \frac{de}{dt} \quad \dots (2)$$

$MV_D$  : 微分(D)制御出力  
 $K_D$  : 微分ゲイン

この(2)式は、いわゆる微分(D: Derivative)制御と呼ばれているものです。D制御出力  $MV_D$  は、偏差  $e$  が変化しているときには変化速度に比例した修正出力を出しますが、偏差  $e$  が時間的に変化していないときにはゼロとなります。たとえば、偏差  $e$  が一定速度で変化していく場合には、D制御出力  $MV_D$  はその変化速度に比例した一定値となります。つまり、偏差  $e$  の変化速度が大きいほど、出力は大きくなります。したがって、D制御にはフィードバック制御系の制御応答の動特性を改善する働きがあります。

D制御もI制御と同様に単独で

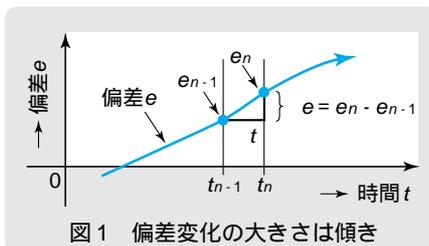


図1 偏差変化の大きさは傾き

使用されることはなく、P制御あるいはPI制御と組み合わせて、PD制御あるいはPID制御として使用されます。

### 2. P制御の強さとD制御の強さの関係付け

PD制御出力  $MV_{PD}$  は(3)式で表されます。

$$MV_{PD} = K_P \times e + K_D \cdot (de/dt) \quad \dots (3)$$

$K_P$  : 比例ゲイン  $K_D$  : 微分ゲイン  
(3)式の比例ゲイン  $K_P$  と微分ゲイン  $K_D$  の強さを関係付けるものとして、図2に示すように、ランプ状偏差が入ったときD制御出力がP制御出力と同じ値になるまでの時間を微分時間  $T_D$  (Derivative time) と定義しています。

$$D \text{ 制御出力} = K_D \times A \quad \dots (4)$$

$$t \text{ が } T_D \text{ における P 制御出力} = K_P \times A \times T_D \quad \dots (5)$$

$A$  : ランプ状偏差の比例係数

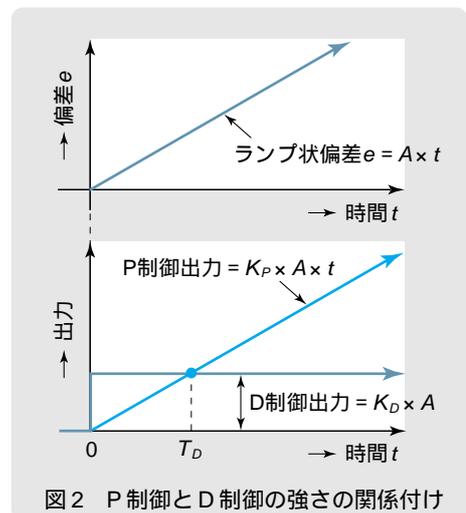


図2 P制御とD制御の強さの関係付け

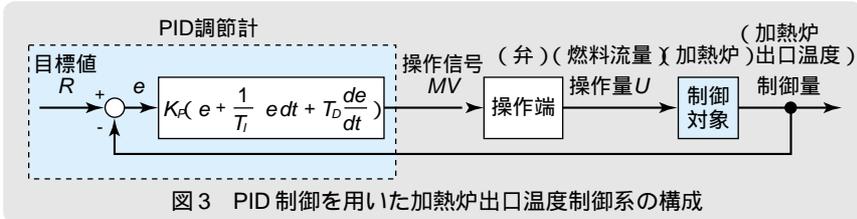


図3 PID制御を用いた加熱炉出口温度制御系の構成

ここで(4)式=(5)式として、 $K_D$ を求めると(6)式になります。

$$K_D = K_P \times T_D \quad \dots (6)$$

(6)式を(3)式に代入すると、(7)式を得ます。(7)式が、いわゆる「PD制御式」です。

$$MV_{PD} = K_P [ e + T_D \cdot (de/dt) ] \quad \dots (7)$$

この(7)式に積分(I)制御(本連載第6回、本誌2004年7月号参照)を付加したPID制御式は(8)式となります。

$$MV = K_P ( e + \frac{1}{T_I} e dt + T_D \frac{de}{dt} ) \quad \dots (8)$$

$K_P$ : 比例ゲイン     $T_I$ : 積分時間  
 $T_D$ : 微分時間

これがPID制御基本式です。各項を導出するときに説明したように、P制御は「現在の偏差」の大きさに、I制御は「過去の偏差」の累積値に、D制御は「将来の偏差」の予測値(偏差の変化速度)に、それぞれ重みを付けて加算し、PID制御出力にしています。

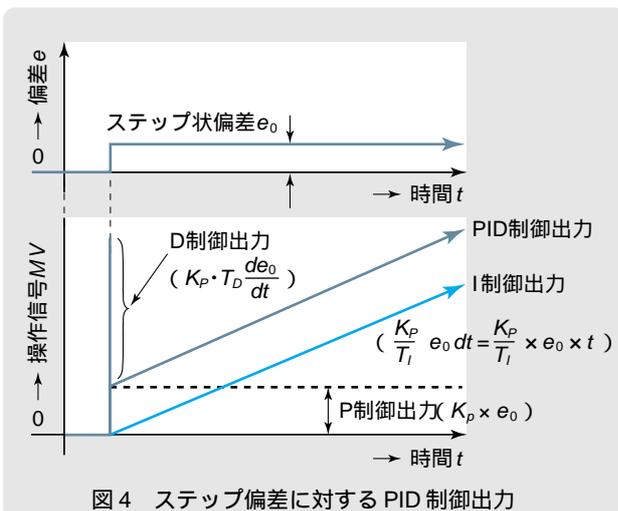


図4 ステップ偏差に対するPID制御出力

### 3. PID制御系の特徴

PID制御を用いた加熱炉出口温度制御系の構成を図3に示します。この制御系において、ステップ偏差 $e_0$ を与えたときの操作信号の動きを図4に示します。P制御出力は偏差 $e_0$ に比例した一定値の修正出力を出し、I制御出力は偏差 $e_0$ を除去しようとして偏差 $e_0$ の累積値に比例した修正出力を出し続け、D制御は偏差 $e_0$ の変化の傾きに比例した急峻な線状の修正出力を出し、PID制御出力はこれらを加算合成したものとなっています。

### 4. PID制御応答特性

図3に示すPID制御系において、目標値を変化させて偏差 $e$ を与えたときの制御応答特性を図5に示します。図を見ると、制御なし( $K_P = 0$ )の場合には大きな偏差が出ますが、P制御で比例ゲイン $K_P$ を大きくしていくと偏差は小さくなっていきます。

しかし、比例ゲ

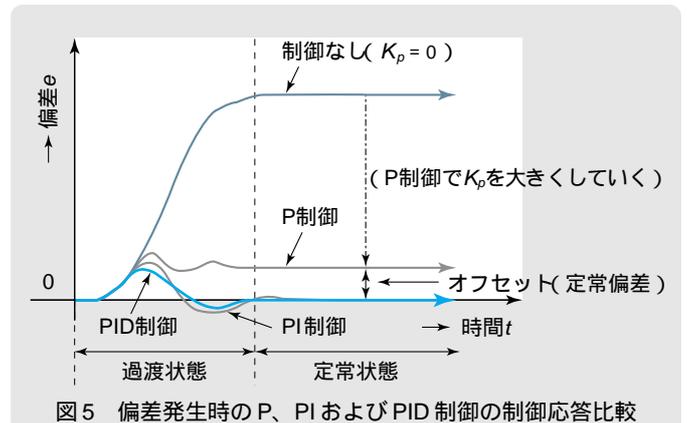


図5 偏差発生時のP、PIおよびPID制御の制御応答比較

### 著者紹介



広井 和男

ワイド制御技術研究所  
所長

(TEL: 0426-51-2802)

E-mail: kazuhiro@h8.dion.ne.jp

イン $K_P$ を大きくし過ぎると制御応答が振動的となるので、 $K_P$ の大きさには限界があり、P制御のみではオフセットが残ってしまいます。

そこでI制御を付加してPI制御にすると、I制御機能によって偏差がある限り偏差をゼロにしようとして操作信号を変化し続けるため、定常状態で偏差はゼロとなってオフセットがなくなり、PI制御では制御量を目標値にピッタリ一致させることができます。さらに偏差の変化速度を用いて予測制御する機能をもつD制御を付加したPID制御では、偏差発生から定常状態に至るまでの過渡応答特性を改善することができます。