PID制御のお話

第9回　実用形態に向けての工夫（その1）

ワイド制御技術研究所 所長　広井（ひろい） 和男（かずお）

1．ラプラス変換（Laplace transformation）

本連載で求めた、PID制御基本式の時間領域表現を(1)式に示します。

$$MV(t)=K_P\left\{e(t)+\frac{1}{T_I}\int e(t)\,dt+T_D\frac{de(t)}{dt}\right\} \quad \cdots (1)$$

K_P：比例ゲイン　T_I：積分時間
T_D：微分時間

これは、いわゆる時間微分方程式であり、これを直接解くことは容易なことではありません。そこで、この時間微分方程式を時間tの領域で解く代わりに、$d/dt \equiv s$、$\int dt \equiv 1/s$とおいてs領域に変換して解くのがラプラス変換法です。

この方法によると、ラプラス変換の表を参照して簡単にプロセス方程式の解が得られるだけでなく、系の特性を伝達関数によって表現でき、代数的な演算処理のみで制御系の挙動を一般的に論じることができるという大きな特長があります。

時間微分方程式をラプラス変換するには、時間の関数$f(t)$をsの関数$F(s)$に置き換えなければなりません。このことを、関数$f(t)$を時間領域(time domain)〔t〕からs領域(s-domain)〔s〕の関数$F(s)$にラプラス変換したといい、この対応を$F(s)=L[f(t)]$と表現します。また、$f(t)$を原関数、$F(s)$を像関数といいます。像関数$F(s)$から原関数$f(t)$を求める変換を逆ラプラス変換(inverse Laplace transformation)といい、これを$f(t)=L^{-1}[F(s)]$と表現します。例として、(1)式の時間微分方程式をラプラス変換します。$E(s)=L[e(t)]$、$MV(s)=L[MV(t)]$とおいて、(1)式をラプラス変換して整理すると(2)式を得ます。

$$MV(s)=K_P\left(1+\frac{1}{T_I\cdot s}+T_D\cdot s\right)E(s) \quad \cdots (2)$$

入、出力変数の比を$C(s)$とすると、$C(s)$は(3)式で求められます。

$$C(s)=\frac{出力}{入力}=\frac{MV(s)}{E(s)}$$
$$=K_P\left(1+\frac{1}{T_I\cdot s}+T_D\cdot s\right) \cdots (3)$$

上記のようにラプラス演算子sを含んだ項を$MV(s)$の係数としてくくり出すことができ、入力と出力の関係、つまり$MV(s)/E(s)$を計算することができます。これが微分方程式をラプラス変換して取扱う大きなメリットです。

このようにして得られた入、出力変数の比$C(s)$をPID制御の伝達関数(transfer function)と呼びます。系の入力$E(s)$が分かれば、出力は$MV(s)=C(s)\cdot E(s)$として求めることができるので、系の特性は伝達関数$C(s)$で表すことができます。伝達関数が分かると、入力$e(t)$が入ったときの系の応答$MV(t)$は逆ラプラス変換をして(4)式のようにして求めることができます。

$$MV(t)=L^{-1}\{MV(s)\}=L^{-1}\{C(s)\cdot E(s)\} \quad \cdots (4)$$

具体的には、ラプラス変換表を逆に引いて求めることができます。

2．理論式から実用形態へ

(3)式に示す生まれたままのPID制御は「理想PID制御」と呼ばれ、その機能ブロック構成は**図1**(a)に示すとおりです。

この理想PID制御は微分項が「完全微分」($T_D\cdot s$)で構成されているのが特徴です。

このため、圧力、流量、レベル、温度や成分などの制御量の計測信号に重畳している高周波ノイズが完全微分によって過度に増幅拡大されて、制御系を不安定にするという問題があります。さらに**図1**(b)に示すように、偏差のステップ変化に対する完全微分の出力波形は線状となり、操作端にエネルギーを与えることができず、操作端が動かないため、実際に微分動作をしないという問題もあります。

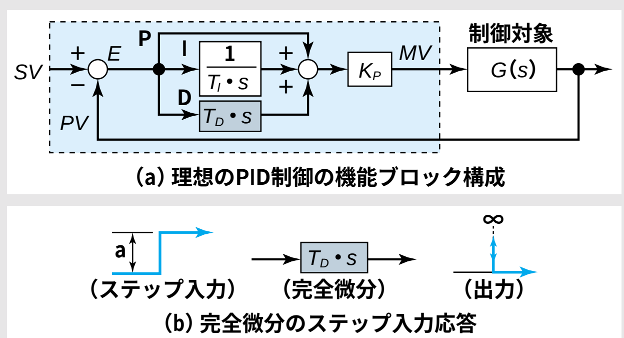

図1　理想PID制御と完全微分のステップ入力応答

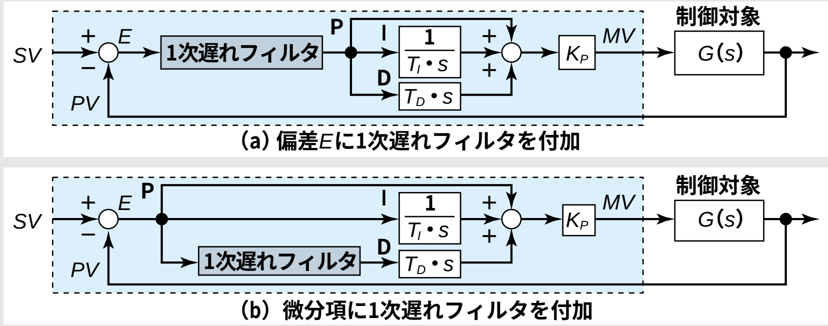

図2　高周波信号成分抑制用1次遅れフィルタの挿入場所

3．1次遅れフィルタとその入れ方

そこで、生まれたままの「理想PID制御」の完全微分がもつ問題点を除去して、「実用PID制御」にする目的で、偏差信号に含まれる高周波信号成分を抑制する低域フィルタ(low-pass filter)、いわゆる1次遅れフィルタを入れて、入力信号の高周波域のゲインと位相を制限する方法をとります。

この1次遅れフィルタの入れ方には**図2**(a)、(b)に示す2通りの方法があります。

3.1　具体的1次遅れフィルタの形式

図3に示すように、挿入する1次遅れフィルタの時定数を$T=\eta\cdot T_D$［T_D：微分時間、η：微分係数(通常0.1～0.125、1/η＝8～10)］とすると、1次遅れフィルタの伝達関数は(5)式となります。

$$1/(1+T\cdot s)=1/(1+\eta\cdot T_D\cdot s) \quad \cdots \quad (5)$$

3.2　実用PID制御の伝達関数

高周波信号成分抑制用1次遅れフィルタの挿入場所によって、実用PID制御の伝達関数は2種類のものが生まれます。

3.2.1　実用・干渉形PID制御

(5)式で表される1次遅れフィルタを**図2**(a)に示す位置に入れて、PID制御演算に入る偏差信号Eに含まれる高周波成分を抑制するようにした構成におけるPID制御伝達関数$C(s)$を近似計算して求めると、(6)式となります。

$$C(s)=K_P\left(\frac{1+T_D\cdot s}{1+\eta\cdot T_D\cdot s}\right)\left(1+\frac{1}{T_I\cdot s}\right) \quad \cdots \quad (6)$$

(6)式は微分時間$T_D\neq 0$のとき、つまり微分動作が存在するときには、D動作がP動作およびI動作に影響を与えることから「実用・干渉形PID制御」と呼ばれています。この機能ブロック構成を**図4**(a)に示します。

3.2.2　実用・非干渉形PID制御

(5)式で表される1次遅れフィルタを**図2**(b)に示すように微分項だけの入力側に入れて、D動作に入る偏差信号Eに、含まれる高周波成分を抑制するようにした構成におけるPID制御伝達関数$C(s)$を求めると、(7)式となります。

$$C(s)=K_P\left(1+\frac{1}{T_I\cdot s}+\frac{T_D\cdot s}{1+\eta T_D\cdot s}\right) \quad \cdots \quad (7)$$

(7)式はPID制御の各動作が完全に独立しており、他に影響を及ぼさないことから「実用・非干渉形PID制御」と呼ばれています。この機能ブロック構成を**図4**(b)に示します。この形態のPID制御は非常に多く使用されています。■

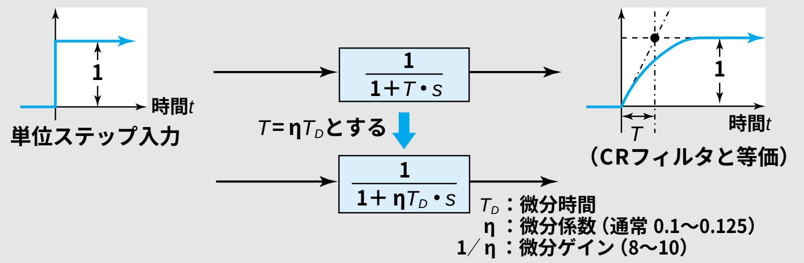

図3　高周波信号成分抑制用1次遅れフィルタ

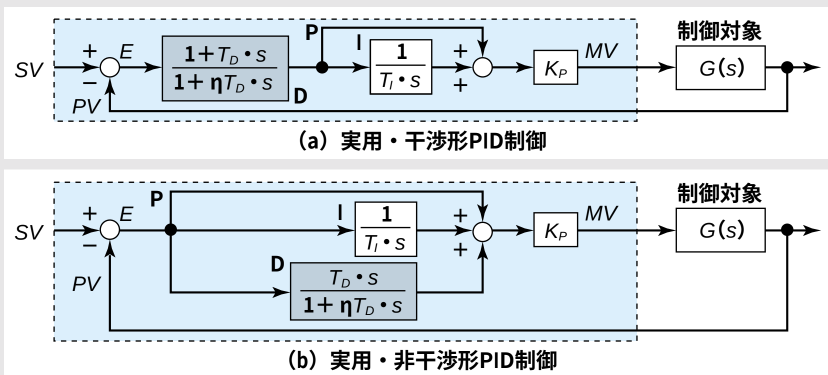

図4　実用PID制御の2つの形態

著者紹介

広井　和男
ワイド制御技術研究所
所長
（TEL：0426-51-2802
E-mail:kazuo.hiroi@h8.dion.ne.jp）